[illegible]

MEMORIA

LEIDA

EN LA UNIVERSIDAD DE MADRID

PARA OPTAR AL GRADO

DE

DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS,

POR

Manuel López González,

LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS,
GRADUADO DE PERITO MECÁNICO Y QUÍMICO,
PROFESOR DE LA ESCUELA OFICIAL DE ARTES É INDUSTRIAS, PROFESOR AUXILIAR DE LOS ESTUDIOS DE APLICACIÓN DEL INSTITUTO PROVINCIAL DE 2.ª ENSEÑANZA DE CÁDIZ.

CADIZ.

IMPRENTA DE LA REVISTA MÉDICA, DE D. FEDERICO JOLY,
CALLE CEBALLOS, NÚMERO 1.
1900.

MEMORIA

LEIDA

EN LA UNIVERSIDAD DE MADRID

PARA OPTAR AL GRADO

DE

DOCTOR EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS,

POR

Manuel López González,

LICENCIADO EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS,
GRADUADO DE PERITO MECÁNICO Y QUÍMICO,
PROFESOR DE LA ESCUELA OFICIAL DE ARTES É INDUSTRIAS, PROFESOR AUXILIAR DE LOS ESTUDIOS DE APLICACIÓN DEL INSTITUTO PROVINCIAL DE 2.ª ENSEÑANZA DE CÁDIZ.

CADIZ.

IMPRENTA DE LA REVISTA MÉDICA, DE D. FEDERICO JOLY,
CALLE CEBALLOS, NÚMERO 1.
1900.

Al Sr. Dr. D. Ricardo Girón Severini,

DIRECTOR DEL INSTITUTO DE CÁDIZ

Con la timidez y cortedad propias de quien lleva un don mezquino á manos excelsas, yo me permito dedicar á Vd. este humilde trabajo, que ha traido á mi frente esa corona de los estudios y grados académicos que llamamos la borla doctoral.

Ofrenda más valiosa quisiera hacer á Vd.; pero, como dice uno de nuestros clásicos, ordenado está por la naturaleza que los que poco pueden, puedan con poco demostrar su gratitud.

Inmensa es la que yo siento hácia Vd., que con paternal benevolencia me alentó desde que pisé las aulas de ese Instituto puesto hoy bajo su digna Dirección; que me ha llevado á él nuevamente, no ya como alumno, sino como Profesor, dando al autor de mis días la satisfacción inefable de verme ejercer á su lado las mismas funciones que él desempeña; y que, en fin, ha erigido en los muros de tan respetable Centro docente una lápida conmemorativa en honor y recuerdo de aquel bizarro oficial y desventurado hermano mío que perdió la vida en la malhadada guerra de Cuba.

Agradecido á tantas bondades, no sé corresponder á ellas más que estampando al frente de esta dedicatoria el esclarecido nombre de Vd., que está grabado indeleblemente en mi corazón y nunca lo pronunciarán mis labios sin cariñoso respeto.

Cádiz 16 de Noviembre de 1900.

Manuel López González

MÉTODOS DINÁMICO Y ORTOMÉTRICO

PARA

NIVELACIONES DE GRAN PRECISIÓN.

SUMARIO.

EXCMO. SR.:

Por exigencias de la actual legislación de Instrucción Pública, que ordena la presentación de un tema desarrollado para optar al Grado de Doctor, vengo á molestar con esta humilde prueba de mi escaso valer, al docto tribunal que me escucha.

El único mérito con que podría aspirar á vuestra benevolencia, si mérito puede llamarse, es la labor empleada en reunir lo que, en revistas y distintos libros, he considerado útil á mi trabajo, ya que otros merecimientos, los de originalidad y belleza de dicción, están vedados á mi pobre ingenio y á mi torpe pluma.

I.

Objeto de las nivelaciones de precisión.

El conocimiento exacto del relieve del suelo, es indispensable para la redacción de proyectos relativos á la creación de las grandes vías de comunicación, para la distribución de las aguas de la manera más ventajosa al comercio y á la agricultura; así como, para el establecimiento de redes vecinales y defensas del territorio.

Tal es el objeto principal de las nivelaciones de precisión; pero aun se puede considerar su importancia, desde otro punto de vista; pues que, también sirve para unir la hipsometría de los paises vecinos, determina las desnivelaciones respectivas de los diferentes mares y se pueden seguir á lo largo del litoral las variaciones locales de nivel medio por los mareógrafos establecidos en las costas.

Por su repetición en un mismo país en épocas lejanas y por la comparación de las altitudes antiguas y modernas, se pueden medir los movimientos lentos del suelo.

En fin, las nivelaciones de precisión, desempeñan un último papel que entra más de lleno en el dominio de la Geodesia; el de permitir la obtención de una representación geométrica de la superficie de nivel elegida como definición de la figura de la tierra.

Las primeras nivelaciones de precisión se ejecutaron en

Francia desde el año 1857 á 1864. Más tarde, por recomendación de la Asociación Geodésica Internacional, las nivelaciones han tomado rápida extensión, y casi todas las naciones europeas están cubiertas de una red de nivelaciones de gran precisión.

Prescindo en este trabajo de los principios, instrumentos y procedimientos de la nivelación ordinaria, para ocuparme exclusivamente de las modificaciones esenciales que debe sufrir la teoría de la nivelación, por la falta de paralelismo de las superficies de nivel; y de los modernos métodos que se han propuesto para la corrección de estas anomalías.

II.

Teoría de la nivelación.—Teoría actual: sus anomalías.—Defecto del paralelismo de las superficies de nivel.—Equidistancia dinámica de las superficies de nivel.—Anomalías.

No estando conforme con la realidad, el suponer las superficies terrestres de nivel, esferas concéntricas—hipótesis en que se funda la teoría admitida para la nivelación geométrica,—resultan de esta suposición errores y anomalías en los resultados de las nivelaciones, que si hasta ahora han podido pasar inadvertidos, envueltos en los errores prácticos de las operaciones, los progresos realizados en la construcción de los instrumentos y en la precisión de los métodos, no permiten actualmente despreciar, tratándose de medidas y de nivelaciones de gran precisión.

Mostraremos estas anomalías, de las cuales por el año 1873, en el *Diario de Astronomía* de Berlín, se ocupó por primera vez Helmert, y expondremos los dos principales medios, que se pueden emplear, para hacerlas desaparecer: uno, en que, la nivelación conserva su carácter de operación geométrica, y llamado por su autor, el coronel Goulier, método ortométrico; y el otro, en que se sustituye la definición corriente de altitud, por una definición mecánica basada en el trabajo de la pesadez, y que por este motivo ha sido llamada, por su inventor Mr. Cheysson, método dinámico.

Describiremos los procedimientos gráficos, por medio de los cuales se puede hacer aplicación práctica de estos dos métodos.

Teoría actual; sus anomalías.

En la teoría actual de nivelación geométrica, se llama altura sobre el nivel del mar ó simplemente *altitud* de un punto, la distancia contada sobre la vertical de este punto á la superficie media de los mares.

Se llama diferencia de nivel de dos puntos, la distancia de uno de ellos á la superficie de nivel que pasa por el otro.

Se admite que todas las superficies son paralelas entre sí y, por consiguiente, equidistantes en todos sus puntos.

Sean dos puntos A y B; según la hipótesis anterior

$A\alpha = b\beta$; $a\alpha = B\beta$

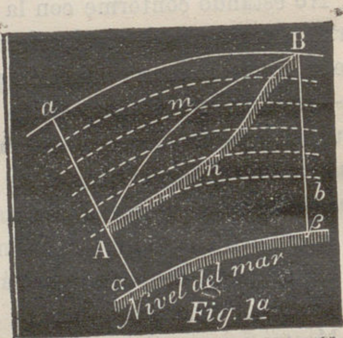


Fig. 1ª

De donde se deducen las relaciones siguientes; en primer lugar,

$B\beta - A\alpha = Bb$

es decir, que la diferencia de altitud de dos puntos es igual á su diferencia de nivel; y segunda:

$$Bb = Aa$$

que dice de una manera general y abstracción hecha del signo, que la diferencia de nivel del punto A con relación al punto B, es igual á la de B con relación á A.

Por último, si imaginamos entre los dos puntos A y B dos caminos, AmB y AnB, la suma de las diferencias parciales de nivel es la misma para los dos caminos, puesto que, en los dos casos, esta suma se compone de los mismos elementos; las separaciones constantes de las superficies de nivel comprendidas entre la superficie que pasa por el punto A y la trazada por el punto B.

En otros términos, esta suma es igual á la diferencia de nivel Aa ó Bb de los dos puntos extremos; luego es independiente del camino seguido entre estos dos puntos.

Pero no hay que olvidar que estas consecuencias son legítimas siempre que sea cierta la hipótesis, tantas veces repetida, del paralelismo de las superficies de nivel; y ahora demostraremos, como lo hace Lallemand, que esta hipótesis no es cierta.

Se sabe, en efecto, que entre dos puntos dados, el trabajo de la pesadez es independiente del camino recorrido para ir de uno á otro de estos puntos.

Sean A B a b, (*Fig.* 2) dos superficies de nivel infinitamente próximas; h y h′ sus separaciones, medidas respectivamente sobre las verticales de los puntos A y B; g y g′, las aceleraciones debidas á la pesadez en los mismos puntos.

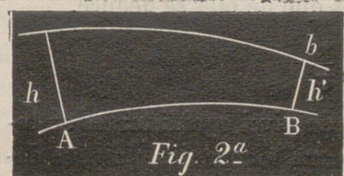


Fig. 2ª

Se puede ir de A á b por dos caminos distintos, el Aab ó el ABb; en el primer itinerario, el trabajo de la pesadez para la unidad de masa se reduce á gh, trabajo realizado en recorrer el camino Aa, puesto que entre a y b, existe una superficie de nivel sobre la cual el trabajo es nulo; en el segundo trayecto, el trabajo es g′ h′, respondiendo análogamente al recorrido Bb, puesto que AB es también una superficie de nivel; siendo estos dos trabajos iguales, en virtud del principio anteriormente enunciado, se tiene,

$$gh = g'h'.$$

Por otra parte, si las superficies de nivel fueran paralelas, se tendría,

$$h = h'$$

lo que exigiría

$$g = g'$$

pero como la pesadez á causa de la fuerza centrífuga y de la forma elipsoidal de la tierra, varía del ecuador á los polos, g′ no es igual á g, y por consiguiente h difiere de h′, luego el paralelismo en cuestión no existe. Queda, pues, demostrado que no hay equidistancia geométrica, aunque sí la hay mecánica, porque habiendo elegido arbitrariamente sobre la superficie de nivel AB, los puntos A y B, la relación

$$gh = g'h'$$

significa de una manera general que dándose dos superficies de nivel, el trabajo de la pesadez para ir de una á otra es constante.

Aun podríamos deducir de la igualdad

$$gh = g'h'$$

que las separaciones de las superficies de nivel varían en razón inversa de la pesadez, pues que de ella se deduce.

$$\frac{h}{h'} = \frac{g'}{g}$$

No estando las superficies de nivel equidistantes en todos sus puntos, resulta que de una manera absoluta, se deben hallar tantos valores para la diferencia de nivel de los dos puntos, cuantos caminos se puedan tomar para ir de uno á otro de estos dos puntos.

En el ejemplo anterior será h la diferencia de nivel entre A y b, para el trayecto Aab y para el camino ABb será h′.

Todavía resulta otra anomalía si nos fijamos en el resultado final que se obtendría para la diferencia de nivel del punto de partida A por ejemplo, con relación á él mismo, volviendo á él, después de haber recorrido el circuito cerrado ABbaA, pues que se hallaría en lugar de una cantidad nula, como debiera ocurrir, la diferencia $h' - h$, lo cual es absurdo.

Estas anomalías desaparecen en los dos métodos ya enunciados, ortométrico y dinámico; cuyos principios y modo de aplicarlos indicaremos ahora.

III.

Método ortométrico, principio y fórmula. Determinación gráfica de la corrección ortométrica.—Aplicación.

El método ortométrico, cuyo principio fué enunciado la primera vez por Wittstein, tiene por objeto, conservando la usual definición de altitud, corregir los resultados obtenidos por los procedimientos ordinarios de la nivelación geométrica; con el fin de que las altitudes obtenidas representen efectivamente las distancias verticales de cada punto, á la superficie media de los mares, ó mejor, á una superficie de nivel cero, todo lo próxima posible á esta superficie media y definida por su distancia vertical á un punto fijo elegido como marca fundamental.

Estudiemos cómo se calcula esta corrección:

Sean (*Fig.* 3)

AMB el camino seguido.

XY la superficie de nivel cero.

$A\alpha = H_0$; $M m_0 = H'$; $N n_0 = H$; $B b = H_1$

las altitudes ortométricas de los puntos A, M, N y B, medidas sobre las verticales de estos puntos.

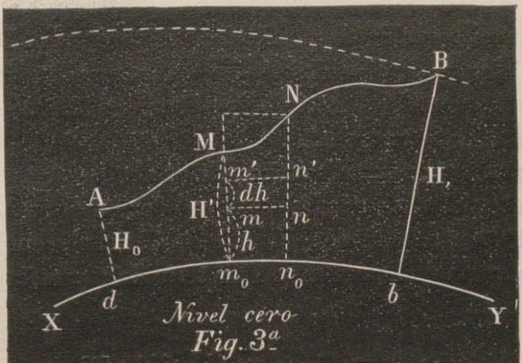


Fig. 3ª

Conociendo H_0 y las diferencias parciales de nivel, sucesivamente dadas por las superficies intermediarias de nivelación, comprendidas entre A y B, se deducen por el procedimiento ordinario las altitudes usuales de todos los puntos intermedios y finalmente la del punto B. Es suficiente añadir, como demostraremos ahora—aunque nos salgamos un poco del asunto principal—para transformar estas altitudes usuales en altitudes ortométricas, una corrección expresada por la fórmula

$$E = -2 \alpha H \operatorname{sen} 2l \, dl \quad [1]$$

en la cual,

H y l designan respectivamente la altitud y la latitud media de la sección.

dl la diferencia de latitud de las dos extremidades.

α una constante igual á 0.0026.

Consideremos, como lo hace Lallemand, para la demostración de la dicha fórmula, en los *Anales de Puentes y Calzadas*, de cuyo trabajo, publicado en 1887, tomo esta demostración, una estación MN. (*Fig.* 3.)

Según la figura, para determinar la altitud ortométrica del punto N, conociendo la H' del punto M y la diferencia de nivel $M\mu$ de los dos puntos M y N se tiene la relación idéntica

$$H = H' + M\mu - (\mu m_0 - N n_0)$$

Es preciso evaluar la cantidad entre paréntesis. Descompongamos para ello las alturas μm_0 y $N n$ en elementos infinitamente pequeños por medio de superficies intermedias de nivel, tales como $m n$ y $m' n'$.

Hagamos $m_0 m = h$, $m m' = dh$.

Y sea g el valor normal de la pesadez en el punto m, es decir, el valor dado por la fórmula de Clairaut, completada, según la regla de Bouguer, por un término representante de la influencia de la altitud,

$$g = g_a (1 - \alpha \cos 2l - \beta h). \quad [2]$$

g_a = es la aceleración debida á la pesadez al nivel del mar á la latitud de a°.

l latitud del punto m.

h altitud del mismo punto.

$\alpha = 0{,}0026 \quad \beta = 0.000000196.$

Entre las dos superficies de nivel se tiene, como se ha demostrado anteriormente,

$$g.\, dh = \text{Constante}$$

y diferenciando con relación á l;

$$g d^2 h + \frac{dg}{dl} dh.\, dl = o$$

de donde

$$d^2 h = -\frac{1}{g} \frac{dg}{dl} dh.\, dl$$

$d^2 h$ mide la diferencia m m′ — n n′.

Pero la ecuación [2], derivada con relación á l, da

$$\frac{dg}{dl} = 2\, \alpha\, g_a \text{ sen } 2l$$

Por consiguiente, se tiene

$$d^2 h = \frac{-2\, \alpha \text{ sen } 2l\, dl\, dh}{1 - \alpha \cos 2l - \beta h}$$

ó despreciando las cantidades del orden de α^2, $\alpha\beta$ y de β^2.

$$d^2 h = -2\, \alpha \text{ sen } 2l\, dl.\, dh.$$

Si integramos para toda la altura $H = Nn_o$.

$$E_M^N = \int_o^H d^2 h = \mu m_o - Nn_o = -2\, \alpha \text{ sen } 2l\, dl \int_o^H dH$$

$$= -2\, \alpha H.\, \text{sen } 2l.\, dl.$$

que era lo que se deseaba demostrar.

Volviendo á la corrección, se observa que es proporcional á la altitud media de la estación. Nula en los polos donde l vale 90°, y en el ecuador, donde l vale cero, cuyos valores sustituidos en la fórmula [1] anulan á E, adquiere su máximo á la latitud de 45°, siendo negativa cuando se marcha hacia el Norte, y positiva en el caso contrario.

La corrección total, entre el punto inicial A y el final B, del camino, se obtendrá integrando la expresión anterior con relación á l entre los dos límites l_0 y l_1, latitudes de los puntos extremos, considerándose á H como función de l definida por el perfil del camino en el intervalo de A á B.

Luego se tiene,

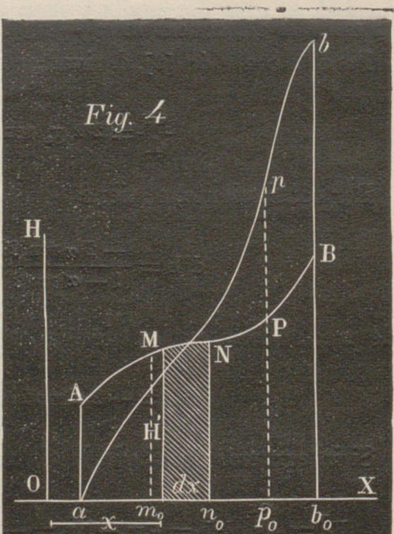
$$E_A^B = -2\alpha \int_{l_0}^{l_1} H \operatorname{sen} 2l \, dl \quad [1']$$

Esta integral puede representarse gráficamente y calcularse mecánicamente de un modo sencillo.

Construyamos, en efecto, una curva A M P B, (*Fig.* 4) que tenga por abcisas

$$x = -\alpha \cos 2l \quad [2']$$

y como ordenadas los valores correspondientes de H, para todos los puntos del perfil nivelado, definidos individualmente por su latitud y por su altitud.



El área elemental dS, comprendida entre la curva y dos ordenadas próximas Mm_0 Nn_0, tiene por expresión,

$$dS = H \, dx$$

ó bien, reemplazando dx por su valor obtenido diferenciando la ecuación [2'].

$$d\,S = H \times 2\,\alpha \,\mathrm{sen}\, 2l\, dl$$

que es con signo contrario, la corrección expresada por la fórmula [1].

Entre el punto A y el punto N, la corrección ortométrica está representada por la suma de las áreas elementales, tales como $M\,m_0\,n_0\,N$, por consiguiente es igual al área $A\,a\,n_0\,N\,A$, del perfil tomado, con el signo menos.

Estas áreas pueden evaluarse de una manera cómoda con un planímetro.

Si se lleva sobre la ordenada de cada uno de los puntos, tales como el P, por ejemplo, del perfil AMB una longitud $p_0 p$, igual á la corrección cambiada de signo, referente al punto P, es decir, proporcional al área $A\,a\,p_0\,P\,A$, el lugar apb de los puntos obtenidos es lo que se llama la curva integral del perfil AMB. Esta curva, como hemos dicho antes, se puede obtener mecánicamente.

Aplicación. Como aplicación de lo anteriormente expuesto, emplearemos, como se representa en la figura 5.ª, la corrección ortométrica á un polígono de una red de nivelación.

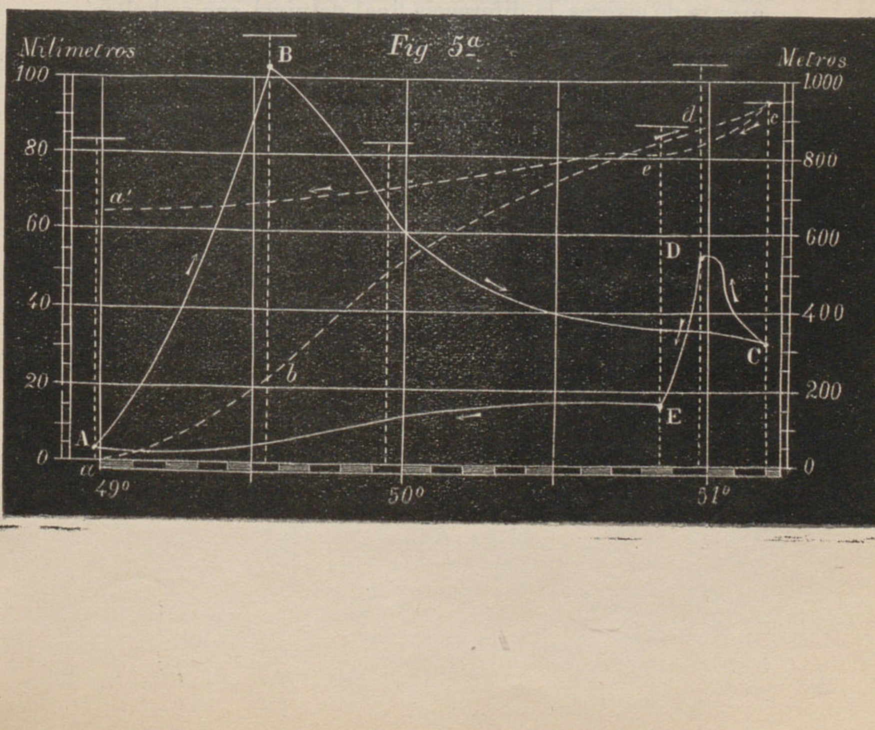


Fig 5ª

Se ha trazado un diseño, compuesto de

1.° Líneas horizontales equidistantes acotadas de 100 en 100 metros, representando las altitudes H.

2.° Líneas verticales separadas según los valores de la expresión

$$x = - \alpha \cos 2l = - 2^{mm}, 6 \cos 2l$$

cuando se sustituye l por los valores particulares de los diferentes puntos de la red.

Sobre este cuadro se representan los puntos principales del camino; es decir, los puntos de cambios bruscos de dirección ó de pendiente, definidos cada uno por su latitud l y por su altitud H, y reunidos los puntos así determinados por un trazo contínuo, en la figura son los puntos A, B, C, D, E, trazando la curva integral a b c d e a′ del perfil A B C D E A′ las ordenadas tales como B b de esta curva, representan las correcciones ortométricas referente á la altitud ordinaria del punto B correspondiente.

La ordenada a a′ de la curva integral, cuando se ha vuelto al punto de partida, mide la separación teórica del cierre del polígono, es decir, suponiendo la operación totalmente exenta de errores, la diferencia final de nivel que se hallaría volviendo al punto de partida; esta separación, que se puede llamar, siguiendo á Lallemand, separación ortométrica de cierre, alcanza en el caso representado en la figura, el valor de 65 milímetros.

IV.

Método dinámico.—Fórmulas.—Correcciones dinámicas.—Aplicación.

Este segundo método se apoya en la propiedad fundamental de la equidistancia dinámica de las superficies de nivel; consiste en reemplazar en el cálculo de la diferencia de nivel de dos puntos, la separación geométrica dH, de las superficies de nivel infinitamente próximas, que se encuentran sucesivamente en la operación, por el trabajo que la pesadez desarrollaría sobre la masa de la unidad de peso, cayendo desde la altura dH, trabajo que es constante cuando se pasa de una superficie á otra.

Si se representa por g_a la aceleración debida á la pesadez, á la latitud a, la masa de la unidad de peso es $\frac{1}{g}$ puesto que, si en la conocida fórmula de Mecánica

$$P = Mg$$

que une el peso P y la masa M de un cuerpo con la aceleración g, hacemos $P = 1$ y $g = g_a$ tenemos

$$M = \frac{1}{g_a}$$

y el trabajo necesario para elevarlo, la cantidad dH tiene por expresión

$$\frac{g}{g_a} dH$$

siendo g la aceleración debida á la pesadez en el punto considerado.

Entre dos puntos dados, A y B, el trabajo total, que se puede llamar la diferencia dinámica de nivel y que representaremos por Δ_A^B es la integral de la expresión anterior,

$$\Delta_A^B = \int_A^B \frac{g}{g_a} \, dH \quad [1'']$$

mientras que, según la ordinaria definición, la diferencia de nivel, que llamaremos d_A^B, está representada por

$$d_A^B = \int_A^B dH \quad [2'']$$

Si el punto A pertenece á la superficie de comparación, ó sea á la superficie de nivel cero, la fórmula [1'] expresa el valor de lo que se llama cota dinámica del punto B y que representaremos por C.

$$C = \int_0^B \frac{g}{g_a} \, dH \quad [1''']$$

O sea la expresión del trabajo que es preciso realizar para vencer la pesadez, marchando de la superficie de nivel cero al punto B.

La fórmula [1''] puede también escribirse

$$\Delta_A^B = \int_0^B \frac{g}{g_a^0} \, dH - \int_0^A \frac{g}{g_a^0} \, dH$$

la cual, traducida al lenguaje vulgar, dice que la diferencia dinámica de nivel de dos puntos es igual á la diferencia de sus cotas dinámicas.

Veamos cómo en la práctica se pueden obtener estas cotas dinámicas.

Reemplazando en la ecuación [1''] el cociente $\frac{g}{g_a}$ por la expresión

$$1 + \gamma = \frac{g}{g_a}$$

la cual transformada dá

$$\gamma = \frac{g - g_a^0}{g_a^0}$$

que se llama variación relativa de la pesadez, resultará haciendo la dicha sustitución,

$$\Delta_A^B = \int_A^B dH + \int_A^B \gamma\, dH = d_A^B + \int_A^B \gamma\, dH$$

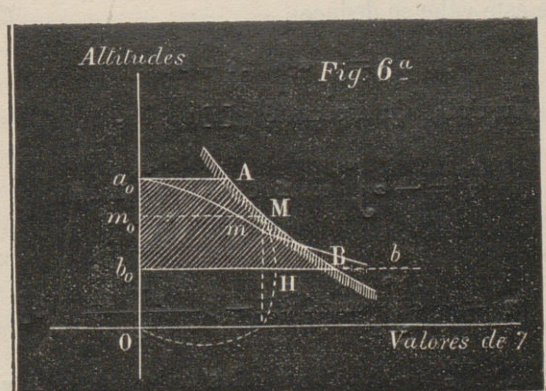
Luego la diferencia dinámica de niveles de dos puntos A y B se obtiene añadiendo á su diferencia usual, una corrección dinámica.

$$\eta_A^B = \int_A^B \gamma\, dH \quad [3]$$

Queda que evaluar esta corrección.

Si se pudiese medir directamente la pesadez, ó si hubiese por lo menos un instrumento portatil y suficientemente exacto que diera la variación relativa de g, el cálculo de η_A^B se efectuaría de la manera siguiente:

Construiríamos una curva tal como A M B (*Fig.* 6.ª), que tenga por abcisas los valores sucesivos de γ, y por ordenadas las altitudes de los puntos correspondientes.



El área de esta curva, entre las horizontales $A a_0$, $B b_0$ por ejemplo, tiene, como se sabe, por expresión

$$S = \int_A^B \gamma\, dH$$

Esta será la corrección η_A^B.

Para una nivelación poligonal, recorriendo todo el polígono y llegando al punto de partida, la corrección á la separación ordinaria de cierre de polígono, es decir, la separación dinámica de cierre, sería igual al área comprendida en el interior de la curva cerrada, construida según la regla anterior.

Como para la corrección ortométrica se puede evaluar esta área por medio de un planímetro, ó bien emplear un integrafo para trazar la curva integral del perfil $a_0 m b$ de AMB, las abcisas tales como $m m_0$ de esta curva representarán las correcciones dinámicas referentes á las diferencias usuales de niveles de los puntos M correspondientes, con relación al punto de partida.

Correcciones dinámicas provisionales.—No poseyéndose el aparato que diera g directamente, podemos, como primera aproximación, tomar el valor de la variación relativa á la pesadez, deducida de la fórmula de Clairaut-Bouguer.

$$g = g_a(1 - \alpha \cos 2 l - \beta H)$$

De este valor se deduce

$$\gamma = - \alpha \cos 2 l - \beta H$$

el cual, sustituido en la ecuación, [3] nos da,

$$\eta_A^B = - \alpha \int_A^B \cos 2 l \, dH - \beta \int_A^B H \, dH$$

ó bien

$$\eta_A^B = - \alpha \int_A^B \cos 2 l \, dH - \beta \frac{H_B^2 - H_A^2}{2} \qquad [3']$$

siendo H_A y H_B las altitudes usuales de los puntos A y B.

En el segundo miembro de esta fórmula, el último término, que depende de la altitud, puede escribirse

$$\eta_1 = - \beta \frac{H_B + H_A}{2} (H_B - H_A) = - \beta \left(\frac{H_A + H_B}{2}\right) d_A^B$$

lo cual nos dice que la corrección dinámica de altitud entre dos puntos dados se aproxima á su altitud media y á su diferencia de nivel.

Para un polígono cerrado esta corrección es nula, puesto que

$$d_A^B = H_B - H_A = 0$$

Si el punto A se halla al nivel cero

$$H_A = 0$$

y la corrección dinámica de altitud se reduce á

$$\eta_1 = -\frac{B}{2} H_B^2$$

proporcional al cuadrado de la altitud del punto B.

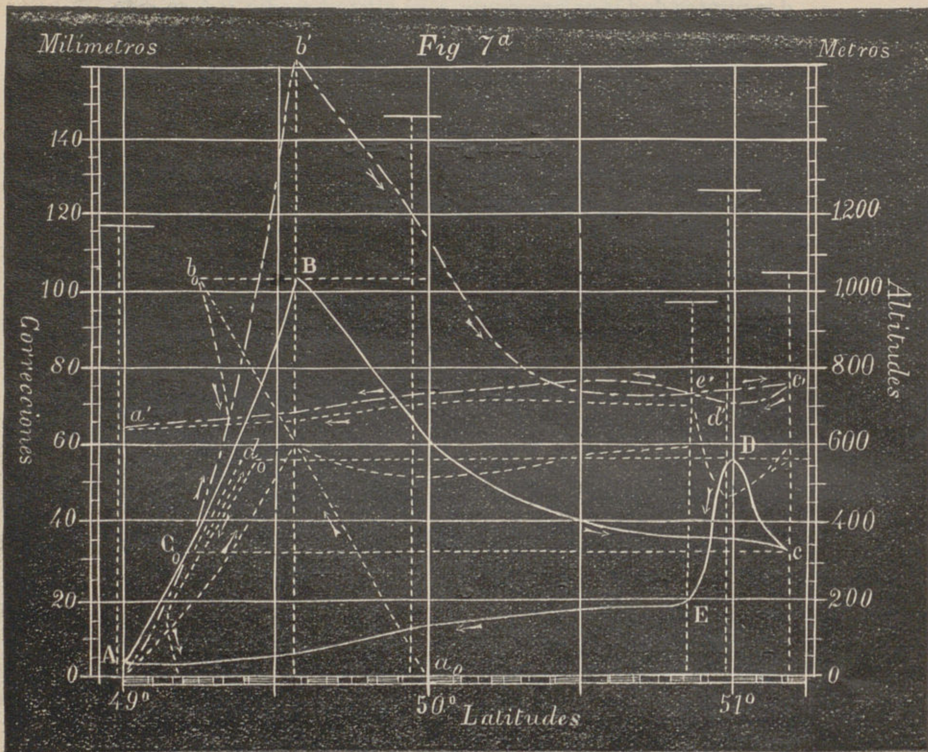
El primer término del segundo miembro de la ecuación [3']

$$\eta_2 = -\alpha \int_A^B \cos 2l \, dH$$

que llamaremos la corrección dinámica de latitud, puede calcularse, como se ha hecho anteriormente para la corrección ortométrica, construyendo una proyección del perfil nivelado, con abcisas iguales a $-\alpha \cos 2l$ y las altitudes correspondientes por ordenadas. En este caso, como antes para la corrección ortométrica, la corrección para una sección AB, por ejemplo, del perfil, es igual al área comprendida, no entre las dos ordenadas de los puntos extremos, sino entre las horizontales de los mismos puntos.

El error teórico de cierre del polígono está representado por el área total de la curva cerrada corrrespondiente.

Aplicación.—Para que la comparación con el método ortométrico sea más sencilla, apliquemos el método de que venimos hablando, al mismo camino poligonal que aplicamos la corrección ortométrica.



Se ha construido como para el otro caso la proyección meridiana A B C D del camino (*Fig. 7.ª*), habiéndose determinado la curva integral $a_0 b_0 c_0 d_0$ de este perfil con relación á la vertical que parte de la latitud marcada con la letra a_0, después sobre la ordenada de cada punto tal como el B por ejemplo, se ha llevado á partir de la base, una longitud β b igual á la ordenada horizontal correspondiente B_0 b_0 de la curva integral; se obtiene así la línea a b r t a′ que expresa la corrección dinámica de latitud.

V.

Transformación de las altitudes ortométricas en cotas dinámicas.

Nos proponemos pasar de un sistema á otro, ó en otros términos, conociendo, por ejemplo, la altitud ortométrica H de un punto B, calcular su cota dinámica C ó inversámente, dada C, buscar H.

Las ecuaciones

$$C = \int_{o}^{B} \frac{g}{g_a^o} \, dH \quad y \quad g = \frac{g}{g_a^o} \left(1 - \alpha \cos 2l - \beta H\right)$$

combinadas dan

$$C = \int_{o}^{B} \frac{g}{g_a^o} \, dH = \int_{o}^{B} dH - \alpha \cos 2l \int_{o}^{B} dH - \beta \int_{o}^{B} H \, dH$$

Siendo constante l, $dl = o$, la corrección ortométrica, es nula, por consiguiente $\int_{o}^{B} dH$ representa exactamente la altitud ortométrica H del punto B, y se tiene

$$C = H - \alpha H \cos 2l - \frac{\beta}{2} H^2$$

Designando por T la cantidad que hay que añadir á una altitud ortométrica para transformarla en cota dinámica, se tendrá:

$$T = C - H = - \alpha H \cos 2l - \frac{\beta}{2} H^2$$

VI.

Resumen y conclusión.

Resumen.—Según la teoría actual de la nivelación geométrica, el relieve del suelo, referido á la superficie de nivel cero, estaría determinado por sus intersecciones con una serie de superficies auxiliares, paralelas y de nivel, que tuviese cada una por característica, la de estar afectada de una cota única en toda su extensión.

Ahora bien, queda demostrado que el paralelismo y la conservación de nivel, son dos propiedades incompatibles. Es preciso optar por la una ó por la otra.

La teoría ortométrica, calculando las distancias de cada punto del relieve á la superficie de nivel cero, sacrifica la consideración del nivel, para conservar el paralelismo de las superficies auxiliares.

La teoría dinámica, por el contrario, determina en kilográmetros el trabajo empleado á causa de la pesadez, para elevarse de la marca ó señal donde la superficie de nivel es cero, á todas las otras marcas ó señales. Conserva así las superficies de nivel y se resigna á perder el beneficio de la equidistancia geométrica. Ambos sistemas tienen sus ventajas y sus inconvenientes.

Crítica de la teoría ortométrica.

Con la teoría ortométrica, la definición habitual de la altitud no se modifica; las correcciones que hay que hacer en los resultados ordinarios de la nivelación son muy pequeñas, siendo suficiente hacer estas correcciones, en los cálculos de las altitudes de la red fundamental; en cambio se le pueden hacer á este método las siguientes objeciones:

1.° Las altitudes ortométricas de los puntos nivelados, no pueden considerarse en rigor, como distancias de estos puntos á la superficie de comparación, puesto que estas altitudes están medidas en las trayectorias ortogonales de las superficies de nivel y estas trayectorias son líneas curvas.

2.° Si se quiere referir la nivelación á otra superficie de nivel no siendo ésta paralela á la primera, en lugar de sumar ó de restar una constante á todos los resultados, como de ordinario se hace, sería preciso, en rigor, aplicar á cada punto una corrección diferente.

3.° No siendo paralelas las superficies de nivel, los puntos de una misma superficie de nivel tienen altitudes ortométricas diferentes, y dos puntos de la misma altitud, no están forzosamente en una superficie de nivel. Además, la diferencia de nivel, no teniendo (en esta teoría) por medida la diferencia de las altitudes, pierde su sentido.

La teoría ortométrica debe abandonar el nombre de "nivelación," que por su misma etimología, implica esencialmente, como base del sistema, la investigación de las superficies ó de las curvas de nivel, para cambiarlo por la denominación más apropiada, de altimetría, como ha propuesto M. Goulier.

Las altitudes ortométricas ofrecerían un gran interés si la superficie de nivel cero sobre las cuales se apoyan se confundiese con el elipsoide de comparación, pues darían desde luego del relieve del suelo, una verdadera definición geométrica, en toda la acepción de la palabra; pero á causa de las atracciones locales y de las diferencias de densidades de las materias constitutivas de la corteza terrestre, la superficie de nivel cero, según las regiones se separaría del elipsoide de comparación, en más ó en menos, cantidades difíciles de calcular en el estado actual de la ciencia.

A lo más, las altitudes ortométricas, podrían por su comparación con las altitudes de los mismos puntos, deducidas de una nivelación trigonométrica, servir para determinar las ordenadas correspondientes de la superficie de nivel cero con relación al elipsoide de comparación; esto supone, que las altitudes trigonométricas, están desprovistas de errores de refracción, los cuales son frecuentemente considerables, siendo raro el poderlos evitar y aun más difícil eliminarlos por el cálculo; así es que en resumen se puede afirmar, que para el objeto principalmente geodésico, las altitudes ortométricas desempeñan un papel de problemática importancia.

Crítica de la teoría dinámica.

Con el método dinámico, donde cada superficie de nivel está afectada de una cota única, por el contrario, el paso de un nivel á otro, se hace sin dificultad por la adición de una constante.

Se critica de la teoría dinámica, que conduce á resultados menos exactos que la teoría ortométrica, porque no existe un instrumento adecuado para la medida rápida de g, conformándose con el valor que da la fórmula de Clairaut-Bouguer, cuyo último término es algo erróneo; pero esta objeción desaparecerá el día que se pueda medir con rapidez en una región, si no el mismo valor g, por lo menos su relación á un valor g' determinado con toda la posible precisión, en una estación situada en el centro de la región considerada.

Conclusión. Si la pesadez variase notablemente, del ecuador á los polos, la diferencia en los resultados al aplicar los dos métodos no hubiera pasado inadvertida y hace tiempo se habría elegido uno de los dos sistemas. Sin duda, se adoptaría el sistema dinámico, que responde mejor á las necesidades de la práctica, porque en efecto, el trabajo debido á la gravedad, constituye el dato útil que conviene conocer cuando se trata de la construcción de un camino de hierro, una carretera, un canal, etc.

En realidad, siendo muy pequeñas las variaciones de g, las diferencias entre las cotas expresadas según los dos métodos no tienen importancia práctica.

La Junta de nivelación de Francia, publica cota por cota, los resultados de los dos métodos y esto es conveniente, pues que cada uno de ellos tiene su interés y objeto especial.

Manuel López Gonzalez

Admítase á la lectura.
JOSÉ DE CASTRO Y PULIDO.

Admítase á la lectura.
EDUARDO LEÓN Y ORTIZ.

Admítase á la lectura.
FRANCISCO DE P. ROJAS.

Admítase á la lectura.
JOSÉ ANDRÉS IRUESTE.

Admítase á la lectura.
BARTOLOMÉ FELIÚ.

Efectuado el ejercicio el 13 de Noviembre de 1900 obtuvo esta Memoria la calificación de *Aprobado* por mayoría de votos.

Madrid 15 de Noviembre de 1900.

El Secretario de la Facultad,
FEDERICO GREDILLA.